

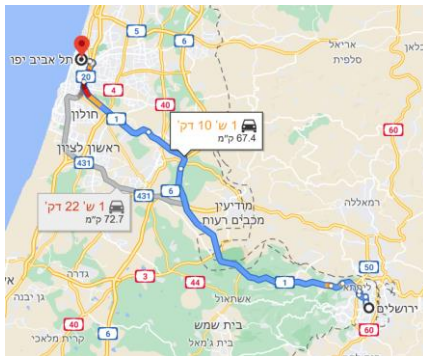


הסתברות

פונקציית הסתברות ומאורעות בלתי תלויים

1

מדידת גדלים פיזיים



- דוגמה: נסיעה מירושלים לתל אביב לאורך כביש מספר 1. על פי גוגל מאפס, המרחק הוא 67 ק"מ. נסתכל על קטעי נסיעה כלשהו לאורך הדרך
- אורך קטע הנסיעה אינו יכול להיות קטן מאפס
- אורך קטע הנסיעה אינו יכול להיות גדול מ-67
- המרחק מנקודה מסויימת אל עצמה הוא 0
- המרחק מירושלים לשער הגיא שווה למרחק מירושלים לתל אביב פחות המרחק משער הגיא לתל אביב
- האורך הכולל של שני קטעי נסיעה שאינם חופפים שווה לסכום האורכים של שני הקטעים

ירושלים ← מחלף לטרון: 28 ק"מ. מחלף בן-גוריון ← תל אביב 19 ק"מ

2

הסתברות – פונקציית ההסתברות



פונקציית ההסתברות מודדת את הסיכוי כי מאורע יקרה. פונקציה זו חייבת לקיים את התנאים הבאים:

- ההסתברות של כל מאורע הינה גדולה מ-0 או שווה לאפס
 - ההסתברות של המאורע הוודאי שווה ל-1
 - אם החיתוך של מאורע א ומאורע ב הוא מאורע בלתי אפשרי, אז ההסתברות של איחוד שני מאורעות אלה שווה לסכום ההסתברויות של שני מאורעות אלה
- מכאן ניתן להוכיח כי
- ההסתברות של מאורע משלים שווה ל-1 פחות המאורע
 - ההסתברות של מאורע שווה לסכום ההסתברויות של המאורעות היסודיים המרכיבים אותו
 - סכום ההסתברויות של כל המאורעות היסודיים שווה ל-1
 - ההסתברות כי לפחות אחד מבין שני מאורעות יקרה שווה לסכום ההסתברויות של כל אחד מהמאורעות פחות ההסתברות החיתוך שלהם

3

דוגמה: הטלת קובייה



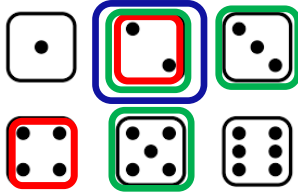
- מאורעות יסודיים: 1,2,3,4,5,6. משיקולי סימטריה – ההסתברות של כל מאורע יסודי היא שישית.
 - מאורע א: תוצאת ההטלה היא מספר זוגי. ההסתברות היא חצי
 - מאורע ב: תוצאת ההטלה היא כפולה של 3. ההסתברות היא שליש
 - מאורע ג: תוצאת ההטלה היא מספר ראשוני. ההסתברות היא חצי
 - מאורע ד: תוצאת ההטלה היא כפולה של 4. ההסתברות היא שישית
- ההסתברות כי תוצאת ההטלה אינה כפולה של 3 היא אחד פחות שליש כלומר שני שלישים
- מה ההסתברות של איחוד מאורעות א ו-ד? ההסתברות של חיתוך מאורעות ג ו-ד היא 0. לכן ההסתברות כי תוצאת ההטלה היא מספר ראשוני או כפולה של 4 היא חצי ועוד שישית כלומר שני שלישים

4

דוגמה: הטלת קובייה



מה הסתברות כי תוצאת ההטלה היא מספר זוגי קטן מ-6 או מספר ראשוני? בחישוב ישיר: שני שלישים



- ההסתברות למספר זוגי קטן מ-6 היא שליש
- ההסתברות למספר ראשוני היא חצי
- ההסתברות למספר זוגי קטן מ-6 וראשוני היא שישית
- ולכן ההסתברות שלנו היא: שליש ועוד חצי פחות שישית כלומר שני שלישים

5

דוגמה: ניהול פרויקטים



חברת הפרוייקט מתכוונת להשקיע בשני פרויקטים חדשים. אלה הערכות מנהל החברה להצלחת הפרוייקטים

- סיכויי ההצלחה של הפרוייקט הראשון (פרוייקט A) הם 0.75
 - סיכויי ההצלחה של הפרוייקט השני (פרוייקט B) הם 0.8
 - הסיכוי כי שני הפרוייקטים יצליחו הוא 0.65
- המאורעות היסודיים הם:

- פרויקט A מצליח, פרויקט B מצליח
- פרויקט A מצליח, פרויקט B נכשל
- פרויקט A נכשל, פרויקט B מצליח
- פרויקט A נכשל, פרויקט B נכשל

6

דוגמה: ניהול פרוייקטים



	פרוייקט B מצליח	פרוייקט B נכשל	
פרוייקט A מצליח	0.65	0.10	0.75
פרוייקט A נכשל	0.15	0.10	0.25
	0.80	0.20	

7

האם ההצלחה של פרוייקט A תלויה בהצלחה של פרוייקט B?



נניח שאפשר לבצע את הפרוייקטים 100 פעמים. בעולם מושלם:

	פרוייקט B מצליח	פרוייקט B נכשל	
פרוייקט A מצליח	65	10	75
פרוייקט A נכשל	15	10	25
	80	20	

- שני הפרוייקטים יצליחו 65 פעמים
- A יצליח ו-B ייכשל 10 פעמים
- A ייכשל ו-B יצליח 15 פעמים
- שני הפרוייקטים ייכשלו 10 פעמים

- כאשר פרוייקט B מצליח – A מצליח ב-65 פעמים מתוך 80: 81.3% הצלחה
- כאשר פרוייקט B נכשל – A מצליח ב-10 פעמים מתוך 20: 50% הצלחה

הסיכוי של פרוייקט A להצליח גבוה יותר כאשר פרוייקט B מצליח!

8

דוגמה: מלחמה בפשיעה



המשטרה רודפת אחרי שני פושעים מסוכנים: מר גבב ומר גזלן. להערכת המשטרה:

	מר גזלן נמלט	מר גזלן נתפס	
מר גבב נתפס	0.15	0.35	0.50
מר גבב נמלט	0.15	0.35	0.50
	0.30	0.70	

- הסיכוי לתפוס את מר גבב הוא 50%
- הסיכוי לתפוס את מר גזלן הוא 70%
- הסיכוי כי שניהם ימלטו הוא 15%

הסיכוי כי מר גבב ייתפס אינו מושפע מהצלחת המרדף אחרי מר גזלן

הגדרה: שני מאורעות הם בלתי תלויים אם הסתברות החיתוך שלהם שווה למכפלת ההסתברויות של כל מאורע בנפרד